

Unidad 9.4: Geometría Euclidiana
Matemáticas
Actividad de aprendizaje – Prueba indirecta

Prueba indirecta

En esta lección:

- Aprenderás a cómo probar enunciados matemáticos **indirectamente**.

Considera la siguiente pregunta de selección múltiple:

¿Qué persona se ganó el premio Nobel dos veces?

- A. Sherlock Holmes
- B. Leonardo da Vinci
- C. Marie Curie
- D. Tiger Woods

A lo mejor no conozcas la respuesta de memoria, pero puedes intentar eliminar las opciones hasta que solo quede una posibilidad. No puede ser Sherlock Holmes porque es un personaje ficticio. Leonardo da Vinci murió mucho antes de que se otorgaran premios Nobel. Y como no hay un premio Nobel por golf, también puedes eliminar a Tiger Woods. Queda solo una posibilidad, Marie Curie. La opción C debe ser la respuesta.

El tipo de razonamiento que usaste para responder a la pregunta de selección múltiple se conoce como *razonamiento indirecto*. Puedes usar el mismo tipo de razonamiento para escribir una **prueba indirecta** de un enunciado matemático.

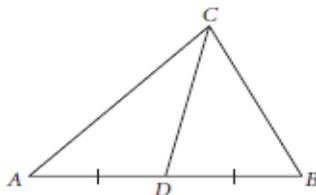
Para un enunciado matemático dado, hay dos posibilidades: o el enunciado es cierto o es falso. Para probar indirectamente que un enunciado es cierto, comienzas por asumir que no lo es. Luego usas razonamiento lógico para demostrar que esta suposición lleva a una contradicción. Si un supuesto lleva a una contradicción, debe ser falso. Por lo tanto, puedes eliminar la posibilidad de que el enunciado no sea cierto. Esto deja solo una posibilidad, en concreto, ¡que el enunciado es cierto!

Los ejemplos A y B de tu libro ilustran cómo funciona una prueba indirecta. Lee estos ejemplos detenidamente. El ejemplo a continuación corresponde al ejercicio 7 de tu libro.

EJEMPLO Prueba que en un triángulo escaleno, la mediana no puede ser la altura.

Solución **Dado que:** El triángulo escaleno ABC con la mediana CD

Demuestra que: CD no es la altura de AB.



Unidad 9.4: Geometría Euclidiana
Matemáticas
Actividad de aprendizaje – Prueba indirecta

Enunciado	Razón
1. Asume que CD es la altura de AB .	1. Asume que el enunciado <i>no</i> es cierto.
2. $\angle CDA$ y $\angle CDB$ son ángulos rectos.	2. Definición de altura
3. $\angle CDA \cong \angle CDB$	3. Teorema congruente con ángulos rectos
4. CD es una mediana	4. Dado que
5. $AD \cong BD$	5. Definición de mediana
6. $CD \cong CD$	6. Propiedad reflexiva de la congruencia
7. $\triangle CDA \cong \triangle CDB$	7. Postulado de la congruencia LAL
8. $CA \cong CB$	8. Las partes correspondientes de triángulos congruentes son congruentes.

Pero el enunciado $CA \cong CB$ contradice el hecho de que el $\triangle ABC$ es escaleno. Por lo tanto, el supuesto de que CD es la altura de AB es falso. Así, CD *no* es la altura de AB .

En el capítulo 6, descubriste la conjetura de la tangente, que establece que la tangente de un círculo es perpendicular al radio trazado hasta el punto de tangencia. En la actividad de desarrollo de pruebas probarás esta conjetura y su conversa indirectamente.

Desarrollo de la prueba: cómo probar la conjetura de la tangente

En la actividad que aparece en tu libro se muestra paso a paso una prueba indirecta de la conjetura de la tangente. Completa la investigación por tu cuenta y luego compara tus respuestas con las que aparecen a continuación. Los pasos 9 y 10 los debes completar por tu cuenta.

Paso 1	Postulado de las perpendiculares
Paso 2	Postulado de duplicación de segmentos
Paso 3	Postulado de la línea
Paso 4	Dos razones: $\angle ABO$ y $\angle CBO$ son ángulos rectos por la definición de <i>perpendicular</i> . $\angle ABO \cong \angle CBO$ lo son por el teorema de congruencia de los ángulos rectos.
Paso 5	Propiedad reflexiva de la congruencia.
Paso 6	Postulado de la congruencia LAL
Paso 7	Las partes correspondientes de triángulos congruentes son congruentes.
Paso 8	Está dado que AT es una tangente.